

โครงสร้าง (ฉบับร่าง เวอร์ชัน 0.91)

ระดับอุดมศึกษา

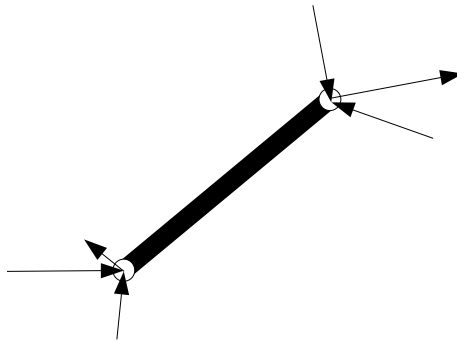
งานของคุณคือพัฒนาโปรแกรมสำหรับวิเคราะห์แรงในโครงสร้างอย่างง่าย

โครงสร้างแบบโครงถัก

โครงถัก (truss) เป็นโครงสร้างพื้นฐานที่ประกอบไปด้วยชิ้นส่วนที่มีลักษณะเป็นแท่งตรง ชิ้นส่วนยึดเข้าด้วยกันด้วยจุดยึดหมุน (pin) ซึ่งสามารถส่งถ่ายแรงได้แต่ไม่สามารถยึดหรือต้านการหมุนได้ ในที่นี้เราจะวิเคราะห์แรงในระบบอย่างง่ายโดยไม่คำนึงถึงการยึดหรือหดตัวของแต่ละชิ้นส่วนเลย

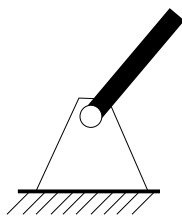
1. การรับแรงของแต่ละองค์ประกอบ

ชิ้นส่วนแต่ละชิ้นจะสามารถรับแรงได้ที่จุดปลายที่เป็นข้อหมุนทั้งสองจุด ดังแสดงในรูป

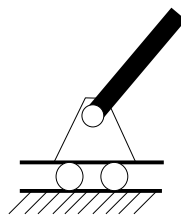


รูปที่ 1 แสดงแรงกระทำต่อชิ้นส่วน

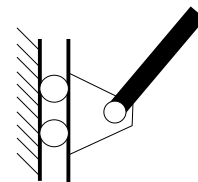
เราสามารถยึดจุดยึดหมุนเข้ากับกรอบภายนอก ซึ่งทำให้จุดนั้นรับแรงได้ โดยลักษณะการยึดมีได้สามแบบ แสดงดังรูปด้านล่าง



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 2 แสดงรูปแบบของการยึดจุดยึดหมุน

โดยการยึดในแบบ (ก) จะทำให้จุดยึดหมุนรับแรงได้ทั้งในแกน x และ แกน y การยึดในแบบ (ข) ทำให้รับได้เฉพาะแรง

ในแกน y และการยึดในแบบ (ค) จะทำให้รับได้เฉพาะแรงในแกน x

2. การวิเคราะห์แรงในโครงสร้าง

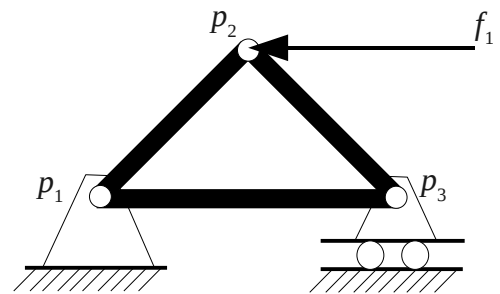
เราจะพิจารณาสมดุลเชิงสถิตย์ของระบบอย่างง่าย โดยเราจะพิจารณาชิ้นส่วนแต่ละชิ้น เราจะมีเงื่อนไขทั้งหมด 2 เงื่อนไขดังนี้

- เงื่อนไข 1 สมดุลย์ของแรง: แรงรวมที่กระทำกับชิ้นส่วนในแกน x และแรงรวมที่กระทำกับชิ้นส่วนในแกน y มีค่าเท่ากับ 0
- เงื่อนไข 2 สมดุลย์ของโมเมนต์: โมเมนต์รวมสำหรับจุดหมุนใด ๆ บนชิ้นส่วนมีค่าเท่ากับ 0

เพื่อความง่าย ต่อไปเราจะเรียกจุดยึดหมุนสั้น ๆ ว่า "จุด"

พิจารณาตัวอย่างโครงถักอย่างง่ายด้านล่างนี้

- มีจุด 3 จุด อยู่ที่พิกัด (0,0), (1,1) และ (2,0) ตามลำดับ
- เรามีสันส่วน 3 ชิ้น ชิ้น T_1 เชื่อมจุด p_1 กับ p_2 , ชิ้น T_2 เชื่อมจุด p_2 กับ p_3 และชิ้น T_3 เชื่อมจุด p_1 กับ p_3
- จุด p_1 สามารถรับแรงได้ทั้งสองแกน ส่วนจุด p_3 สามารถรับแรงได้เฉพาะในแกน y
- มีแรงกระทำที่จุด p_2 ไปในทิศทางซ้าย f_1 หน่วย



เราจะสร้างตัวแปรที่เกี่ยวข้องทั้งหมดดังนี้

- ตัวแปร p_{1x} , p_{1y} , และ p_{3y} สำหรับแทนแรงที่จุดกระทำต่อชิ้นส่วน โดยให้แรงที่กระทำไปทิศทางขวาและทิศทางขึ้นมีค่าเป็นบวก
- ตัวแปร t_1 , t_2 , และ t_3 แทนแรงที่ชิ้นส่วนกระทำต่อจุด ถ้าเป็นแรงดันจะมีค่าเป็นบวก ถ้าเป็นแรงดึงจะมีค่าเป็นลบ

จากนั้นเริ่มพิจารณาแรงที่กระทำกับแต่ละชิ้นส่วน โดยเราจะเริ่มจาก T_1

$$\text{แรงในแกน x:} \quad F_{1x} = p_{1x} - f_1 - t_3 - t_2 \cos 45^\circ$$

$$\text{แรงในแกน y:} \quad F_{1y} = p_{1y} + t_2 \sin 45^\circ$$

$$\text{โมเมนต์รอบจุด } p_1: \quad M_1 = t_2 + f \cos 45^\circ$$

ดังนั้น ชิ้นส่วน T_1 จะสมดุลย์ได้ ถ้า (1) $F_{1x} = 0$, (2) $F_{1y} = 0$, และ (3) $M_1 = 0$

สังเกตว่าถ้าแรงสมดุลย์แล้ว ถ้าโมเมนต์รอบจุด p_1 เท่ากับ 0 โมเมนต์รอบจุดอื่น ๆ บน T_1 ก็จะเท่ากับ 0 ด้วย

เช่นเดียวกัน

ต่อไปเราจะสมมติว่าแรง $f_1 = 1$

ถ้าเราพิจารณาเงื่อนไขดังกล่าวบนชิ้นส่วนทุกชิ้น เราจะพบว่าเรามีสมการทั้งสิ้น 9 สมการ (3 สมการจากชิ้นส่วน 3 ชิ้น) แต่เรามีตัวแปรทั้งสิ้น 6 ตัว สังเกตว่าแม้ว่าเรามีสมการจำนวนมากเกินไป แต่ชุดสมการนี้ก็ยังสามารถแก้ได้ด้วยวิธีมาตรฐานเช่น Gaussian Elimination เพียงแต่ว่าในแต่ละรอบเราจะต้องเลือกสมการที่สัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัดจากสมการอื่น ๆ มีค่าไม่เท่ากับ 0

เมื่อแก้สมการทั้งหมดแล้ว เราได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\begin{array}{lll} p_{1x} = 1 & p_{1y} = 0.5 & p_{3y} = -0.5 \\ t_1 = 0.707107 & t_2 = -0.707107 & t_3 = 0.500000 \end{array}$$

ซึ่งเป็นแรงที่กระทำต่อจุดต่าง ๆ บนโครงสร้างตามที่เราต้องการ

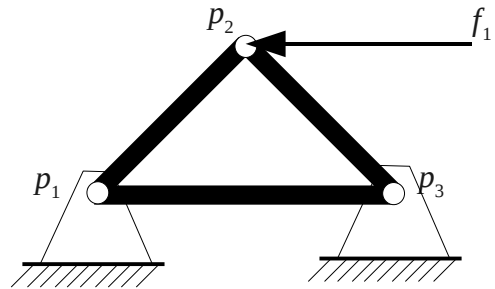
3. กรณีคำตอบไม่จำกัด

ในตัวอย่างแรก เราจะพบว่าแม้ว่าเรามีสมการจำนวนมากเกินไป แต่เราก็ยังสามารถแก้สมการออกมาได้ เพราะว่าสมการบางตัวถูกหักล้างไประหว่างกระบวนการ

อย่างไรก็ตาม ไม่จำเป็นที่เราจะต้องหาคำตอบได้คำตอบเดียวเสมอไป พิจารณาตัวอย่างด้านล่างนี้

ในกรณีนี้เราจะมีตัวแปรคือ

- ตัวแปร p_{1x} , p_{1y} , p_{3x} และ p_{3y} สำหรับแทนแรงที่จุดกระทำต่อชิ้นส่วน โดยให้แรงที่กระทำไปทิศทางขวาและทิศทางขึ้นมีค่าเป็นบวก
- ตัวแปร t_1 , t_2 , และ t_3 แทนแรงที่ชิ้นส่วนกระทำต่อจุด ถ้าเป็นแรงดันจะมีค่าเป็นบวก ถ้าเป็นแรงดึงจะมีค่าเป็นลบ



เมื่อเขียนสมการเงื่อนไขทั้งหมดออกมา เราจะพบว่าเรามีสมการทั้งสิ้น 9 สมการ และมี 7 ตัวแปร อย่างไรก็ตามเราจะพบว่าระหว่างการลดรูปมีตัวแปรบางตัวหายไปจากสมการ (นั่นคือสามารถกำหนดค่าให้เป็นเท่าใดก็ได้)

ทั้งนี้ถ้าเราลองสังเกตชิ้นส่วน T_3 เราจะพบว่าแรงในแกน x จาก p_1 จะถูกส่งต่อไปยัง p_3 ซึ่งจุดทั้งสองสามารถรับแรงในแกน x เท่าใดก็ได้ ดังนั้นเราจึงสามารถใส่แรงเข้าไปอย่างไรก็ได้ และทำให้สมการของเราอยู่ในภาวะมีคำตอบไม่จำกัด

การแก้สมการในกรณีที่มีคำตอบไม่จำกัดสามารถทำได้ ถ้าเราต้องการคำตอบใด ๆ ก็ได้ที่ทำให้สมการทั้งหมดเป็นจริง กล่าวคือ ระหว่างที่เราแก้สมการด้วยวิธีเช่น Gaussian Elimination และเราพบว่าตัวแปรบางตัวที่หายไปจากสมการ เราจะกำหนดค่าให้ตัวแปรนั้นเป็น 0 แน่ใจว่าคำตอบที่ได้จากวิธีดังกล่าวนั้นขึ้นกับลำดับในการกำจัดตัวแปรด้วย แต่ผลที่ได้ก็จะถูกต้องเสมอถ้าชุดของสมการนั้นมีคำตอบ

งานของคุณ

ให้เขียนโปรแกรมรับโครงสร้างแบบโครงถัก ซึ่งประกอบด้วยจุดยึดหมุน N จุดและชิ้นส่วน M ชิ้น ที่มีแรงกระทำจากภายนอก L แรง จากนั้นให้คำนวณแรงที่กระทำกับชิ้นส่วนต่าง ๆ

ข้อมูลนำเข้า

โปรแกรมของคุณจะอ่านข้อมูลเหล่านี้จากแฟ้ม structure.in

- บรรทัดแรกระบุจำนวนเต็มสามจำนวน N M และ L ($1 \leq N < 12,000$; $3 \leq M \leq 40,000$; $0 \leq L \leq 1,000$)
- อีก N บรรทัดระบุข้อมูลของแต่ละจุดยึดหมุน กล่าวคือ บรรทัดที่ $1 + i$ สำหรับ $1 \leq i \leq N$ ระบุข้อมูลของจุดยึดหมุนที่ i เป็นจำนวนจริงสองจำนวน X_i Y_i และจำนวนเต็มหนึ่งจำนวน C_i โดย (X_i, Y_i) แทนพิกัดของจุดยึดหมุนที่ i และ C_i แทนประเภทของจุดยึดหมุน ซึ่งมีค่าเป็นไปได้คือ 0 จุดยึดหมุนทั่วไปไม่สามารถรับแรงใด ๆ ได้โดยตรง, 1 คือจุดยึดหมุนที่รับแรงได้ในแกน x (รูป 2 ก), 2 คือจุดยึดหมุนที่รับแรงได้ในแกน y (รูป 2 ข), และ 3 คือจุดยึดหมุนที่รับแรงได้ทั้งในแกน x และ y (รูป 2 ก)
- อีก M บรรทัดระบุข้อมูลของแต่ละชิ้นส่วน กล่าวคือ บรรทัดที่ $1 + N + j$ สำหรับ $1 \leq j \leq M$ ระบุข้อมูลของชิ้นส่วนที่ j เป็นจำนวนเต็มสองจำนวน A_j B_j ($1 \leq A_j \leq N$; $1 \leq B_j \leq N$) แทนหมายเลขจุดยึดหมุนที่เป็นจุดปลายสองจุดของชิ้นส่วนที่ j
- อีก L บรรทัดสุดท้ายระบุแรงภายนอก บรรทัดที่ $1 + N + M + k$ สำหรับ $1 \leq k \leq L$ ระบุข้อมูลของแรงภายนอกที่ k โดยระบุด้วยจำนวนเต็มหนึ่งจำนวน P_k และจำนวนจริงสองจำนวน Q_k R_k ($1 \leq P_k \leq N$; $-100,000 \leq Q_k \leq 100,000$; $-100,000 \leq R_k \leq 100,000$) แสดงว่าแรงภายนอกที่ k กระทำที่จุด P_k เป็นแรงที่กระทำ Q_k หน่วยในทิศทางแกน x และ R_k หน่วยในทิศทางแกน y

ข้อมูลส่งออก

โปรแกรมของคุณจะต้องเขียนผลลัพธ์ลงในแฟ้ม structure.out

ให้ N_1 , N_2 , และ N_3 แทนจำนวนจุด i ที่มีค่า C_i เท่ากับ 1, 2, และ 3 ตามลำดับ โปรแกรมของคุณจะต้องพิมพ์ผลลัพธ์รวม $M + N_1 + N_2 + 2N_3$ บรรทัด ในรูปแบบ

ชื่อตัวแปร ค่าของตัวแปร

โดยค่าของตัวแปรเป็นจำนวนจริงและชื่อของตัวแปรจะต้องเป็นไปตามที่จะระบุต่อไป ส่วนในการพิมพ์จะเรียงลำดับอย่างไรก็ได้

- สำหรับชิ้นส่วน j จะมีตัวแปรชื่อ t_j แทนแรงที่ชิ้นส่วน j กระทำกับจุดปลายทั้งสอง โดยถ้ามีค่าเป็นบวกคือเป็นแรงดันถ้าเป็นลบคือเป็นแรงดึง เช่นถ้า $j = 345$ ตัวแปรจะชื่อ $t345$
- สำหรับจุดยึดหมุน i ที่ $C_i = 1$ (สามารถรับแรงในแกน x) จะมีตัวแปรชื่อ p_{ix} แทนแรงที่กระทำที่จุด i จากกรอบภายนอกในทิศทางแกน x มีค่าเป็นบวกถ้าแรงกระทำไปทางขวา เช่นถ้า $i = 123$ ตัวแปรจะชื่อ $p123x$
- สำหรับจุดยึดหมุน i ที่ $C_i = 2$ (สามารถรับแรงในแกน y) จะมีตัวแปรชื่อ p_{iy} แทนแรงที่กระทำที่จุด i จากกรอบภายนอกในทิศทางแกน y มีค่าเป็นบวกถ้าแรงกระทำไปทิศทางขึ้น เช่นถ้า $i = 123$ ตัวแปรจะชื่อ $p123y$
- สำหรับจุดยึดหมุน i ที่ $C_i = 3$ (สามารถรับแรงในแกน x และ y) จะมีตัวแปรชื่อ p_{ix} และ p_{iy} แทนแรงที่

กระทำที่จุด i จากกรอบภายนอกในทิศทางแกน x และ y ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 1

structure.in	structure.out
3 3 1 0 0 3 1 1 0 2 0 2 1 2 2 3 1 3 2 -1 0	p1x 1.000000 p1y 0.500000 p3y -0.500000 t1 0.707107 t2 -0.707107 t3 0.500000

ตัวอย่างที่ 2

structure.in	structure.out
3 3 1 0 0 3 1 1 0 2 0 3 1 2 2 3 1 3 2 -1 0	p1x 0.500000 p1y 0.500000 p3x 0.500000 p3y -0.500000 t1 0.707107 t2 -0.707107 t3 -0.000000 นี่เป็นคำตอบหนึ่งที่เป็นไปได้เท่านั้นตัวอย่างนี้มีได้หลายคำตอบ

ตัวอย่างอื่น ๆ

จะมีตัวอย่างอื่น ๆ ให้ดาวน์โหลดต่อไป

การตรวจคำตอบ

เนื่องจากข้อมูลชุดทดสอบหนึ่งอาจมีคำตอบที่เป็นไปได้หลายแบบ ในการตรวจคำตอบจะใช้การแทนค่าจากคำตอบกลับเข้าไปในสมการเงื่อนไขทั้งหมด ถ้าค่าผิดพลาดน้อยกว่า 0.00001 (นั่นคือนิพจน์ด้านซ้ายกับด้านขวาของสมการแตกต่างกันไม่เกิน 0.00001) จะถือว่าตอบไปถูกต้อง

โปรแกรมสำหรับตรวจดังกล่าวจะให้ดาวน์โหลดภายในวันแข่งวันแรก

Visualization

จะมีโปรแกรมสำหรับแสดงผลลัพธ์เป็นโครงสร้างและค่าแรงที่กระทำในแต่ละชั้นส่วนให้ดาวน์โหลดต่อไป